

13. Übungsblatt „ Stochastik für Lehramt“

Abgabe bis Mittwoch 13.07.16 in der Vorlesungspause

1. (Exaktes Konfidenzintervall; 4 Punkte)

Seien X_1, \dots, X_n unabhängig $\mathcal{N}(\mu_X, \sigma_X^2)$ -verteilt und Y_1, \dots, Y_n unabhängig $\mathcal{N}(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ -verteilt, wobei σ_X, σ_Y bekannt und μ_X, μ_Y unbekannt sind. Ferner seien $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ und $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)$ unabhängig.

Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall zum Niveau $1 - \alpha$, $\alpha \in (0, 1)$, für $\mu_X - \mu_Y$.

Hinweis: Summen von unabhängigen normalverteilten Zufallsvariablen sind wieder normalverteilt. Desweiteren gilt für unabhängige $Z_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ und $Z_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$, dass $Z_1 - Z_2 \sim \mathcal{N}(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$.

2. (Approximative Konfidenzintervalle; 4 Punkte)

Bei einer Befragung von 2400 Personen geben 1080 Personen an, regelmäßige Leser einer bekannten Illustrierten zu sein. Mit welchem Marktanteil kann der Verlag rechnen, wenn ein Niveau von $1 - \alpha = 0.95$ zu Grunde gelegt wird?

- (i) Bestimmen Sie ein approximatives Konfidenzintervall für den Marktanteil indem Sie die quadratische Ungleichung lösen.
- (ii) Bestimmen Sie ein approximatives Konfidenzintervall für den Marktanteil indem Sie die Varianz geeignet abschätzen.

3. (Gewicht von Puten; 8 Punkte)

Auf einer Putenfarm wird das Gewicht der Tiere regelmäßig vom Küken bis zur Schlachtung kontrolliert. Dazu ist in der Stallmitte eine Waage in den Boden eingelassen, über die die Tiere zufällig hinweglaufen. Es wird sichergestellt, dass immer nur ein Tier zur Zeit gewogen wird.

- (i) 5 Wochen alte Küken sind sehr aktiv und so können pro Stunde 60 Wägungen durchgeführt werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Küken Normalgewicht hat, beträgt 95%. Es sei X = „Anzahl der Küken mit Normalgewicht, die in einer Stunde gewogen werden“. Berechnen Sie sowohl exakt als auch approximativ die Wahrscheinlichkeiten $\mathbb{P}(X = 57)$ und $\mathbb{P}(X \leq 58)$.

- (ii) Nach 10 Wochen sind die Puten etwas träger und es können nur noch 200 Wägungen pro Tag durchgeführt werden. Das Gewicht der Tiere ist nun normalverteilt mit $\mu = 5130\text{g}$ und $\sigma = 100\text{g}$. Wenn ein Tier um mindestens 150g nach unten vom Erwartungswert abweicht, wird es als zu leicht eingestuft. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an einem Tag mehr als 15 Tiere als zu leicht eingestuft werden.
- (iii) Nach 22 Wochen werden die Puten geschlachtet. Es ist bekannt, dass das Schlachtgewicht normalverteilt ist mit $\sigma = 320\text{g}$. Um den Einfluss eines neuen Futtermittels zu untersuchen werden 500 Tiere nach der Schlachtung gewogen. Es wird ein durchschnittliches Schlachtgewicht von 9730g festgestellt. Ermitteln Sie zum Niveau von 95% und 99% jeweils das Konfidenzintervall für der erwartete Schlachtgewicht der Tiere. Bewerten Sie die Ergebnisse, wenn vorher das Schlachtgewicht 9700g betrug.