

7. Übungsblatt „ Stochastik für Lehramt“

Abgabe bis Mittwoch 10.06.15 in der Vorlesungspause

Dieses Blatt dient zur Wiederholung, der bisher in der Vorlesung behandelten Begriffe.

1. (Erwartungswert und Varianz; 8 Punkte)

Beschreiben Sie die folgenden Modelle durch geeignete Wahrscheinlichkeitsräume, berechnen Sie die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen und skizzieren Sie diese. Berechnen Sie zudem ihren Erwartungswert und ihre Varianz.

- Ein 6-seitiger fairer Würfel wird zweimal geworfen. Die Zufallsvariable gibt die Augensumme der Würfe wieder.
- Bei einem Glücksspiel wird eine Münze einmal geworfen. Bei Zahl gewinnen Sie 5 Euro und bei Kopf verlieren Sie 6 Euro. Die Zufallsvariable gibt den Gewinn bei einem Münzwurf an.
- Ein Würfel wird 4-mal geworfen. Die Zufallsvariable gibt an, wie oft die Zahl 3 gefallen ist.
- In einer Urne befinden sich 12 Kugeln, darunter 4 schwarze und 8 weiße. Daraus werden 6 Kugeln ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge gezogen. Die Zufallsvariable gibt an, wie viele weiße Kugeln gezogen wurden.

2. (Wetten und bedingte Wahrscheinlichkeiten; 5 Punkte)

Alice und Bob vereinbaren ein faires Spiel über 7 Runden. Jeder zahlt 5 Euro als Einsatz und der Gewinner erhält die gesamten 10 Euro. Beim Stand von 2 : 3 muss das Spiel abgebrochen werden. Wäre es fair, den Gewinn in diesem Verhältnis aufzuteilen? Berechnen Sie dazu die Gewinnwahrscheinlichkeiten der beiden Spieler.

3. (Ameise; 7 Punkte)

Eine Ameise startet von der Zelle 3 aus und wechselt jede Minute zufällig von ihrer Zelle in eine der Nachbarzellen (siehe Abbildung 1). Wenn sie die Zellen 1 oder 6 erreicht, bleibt sie dort für immer gefangen.

- Handelt es sich bei dem oben beschriebenen Prozess $\{X_n; n \geq 0\}$ um eine Markovkette?

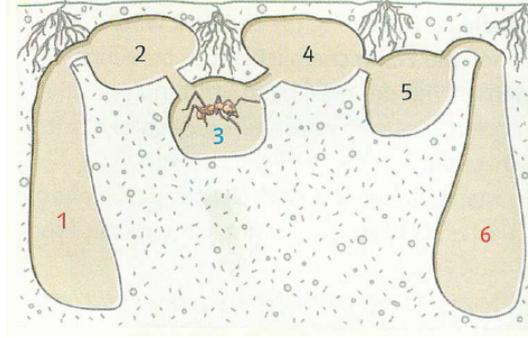


Abbildung 1: Zellen der Ameise

- b) Bestimmen Sie die Übergangsmatrix.
- c) Wir möchten nun die erwartete Zeit berechnen bis die Ameise in eine der Zellen 1 oder 6 gerät. Dafür gehen Sie wie folgt vor:

- (i) Fassen Sie die erwartete Zeit bis zur Absorption als Funktion des Anfangswertes auf. Für $k = 1, 2, \dots, 6$ sei

$m_k =$ Erwartete Zeit bis der Prozess in 1 oder 6 absorbiert wird, bei Start in Zelle k .

Leiten Sie nun Rekursionsgleichungen für die m_k 's her.

- (ii) Können Sie die Rekursionsgleichungen lösen? Wenn ja, wie sieht die Lösung aus? Geben Sie die erwartete Zeit bis zur Absorption an wenn, die Ameise anfangs in Zelle 3 ist.