Prof. Dr. Karl-Theodor Sturm
Dipl.-Math. Robert Philipowski

Sommersemester 2007

Stochastische Analysis II
Blatt 1

Aufgabe 1 (4 Punkte)

a) Zeigen Sie, daß die Summe zweier unabhängiger $\mathbb{R}^d$-wertiger Gaußscher Zufallsvariablen ebenfalls Gaußsch ist.

b) Zeigen Sie: Eine $\mathbb{R}^d$-wertige Zufallsvariable X ist genau dann Gaußsch, wenn es eine orthogonale Matrix $U \in O(d)$ gibt mit der Eigenschaft, daß die Komponenten der Zufallsvariablen UX unabhängige und normalverteilte reelle Zufallsvariablen sind.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

a) Eine Folge $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ $\mathbb{R}^d$-wertiger Gaußscher Zufallsvariablen konvergiere im quadratischen Mittel gegen eine $\mathbb{R}^d$-wertige Zufallsvariable X; es gelte also $\lim_{n\to\infty} E(|X_n - X|^2) = 0$. Zeigen Sie, daß dann auch X Gaußsch ist.

b) Gilt dies auch, wenn man statt der Konvergenz im quadratischen Mittel nur fordert, daß die Folge $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in Verteilung gegen X konvergiert?

Abgabe der Lösungen: Mittwoch, 11. April 2007, in der Vorlesung

Frohe Ostern!