Institut für Angewandte Mathematik
Mathematik II für Physiker

Prof. Dr. A. Bovier / Dr. E. Petrou / A. Svejda

8. Übungsblatt

Ausgabe: 26.05.2011
Abgabe: 09.06.2011

Präsenzaufgabe 1
Berechnen Sie $d\omega$ für die folgenden Differentialformen:

(a) $\omega = x^2 y dx + y^3 dy$

(b) $\omega = y^2 \cos x dy + xy dx + dz$

(c) $\omega = xy dy + (x+y)^2 dx$

(d) $\omega = x dx \wedge dy + z dy \wedge dz + y dz \wedge dx$

Präsenzaufgabe 2
Sei $K \subset \mathbb{R}^3$ eine offene Menge, und $P, Q : K \to \mathbb{R}$ seien C^2 Funktionen. Sei $\omega = P(x,y,z)dx + Q(x,y,z)dy$. Berechnen Sie $d\omega$.

Präsenzaufgabe 3
Sei M der Kegel aus Präsenzaufgabe 3 von Blatt 7. Sei ω eine Differentialform gegeben durch $\omega = x dy \wedge dz + y dx \wedge dy$. Berechnen Sie $\int_M \omega$.

1. Aufgabe **(5 Punkte)**
Berechnen Sie $d\omega$ für die folgenden Differentialformen:

(a) $\omega = (x^2 + y^2) dy \wedge dz$

(b) $\omega = (x^2 + y^2 + z^2) dz$

(c) $\omega = \frac{-x}{x^2+y^2} dx + \frac{y}{x^2+y^2} dy$

(d) $\omega = x^2 y dy \wedge dz$

2. Aufgabe **(5 Punkte)**
Sei $K \subset \mathbb{R}^3$, eine offene Menge, und $f : K \to \mathbb{R}$ eine C^2 Funktion. Zeigen Sie dass $d(df) = 0$.

3. Aufgabe **(5 Punkte)**
Sei M das Helikoid aus Aufgabe 5 von Blatt 7. Sei ω eine Differentialform gegeben durch $\omega = x dy \wedge dz + z dx \wedge dy + y dx \wedge dz$. Berechnen Sie $\int_M \omega$.

4. Aufgabe **(5 Punkte)**
Sei $\omega = x dy - y dx$, $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ z \geq 0, \ x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$. Nach dem Satz von Stoke wissen wir, dass $\int_{\partial M} \omega = \int_M d\omega$. Prüfen Sie dies manuell nach.

Gesamt: 20 Punkte