Institut für Angewandte Mathematik
Mathematik II für Physiker

Prof. Dr. A. Bovier / Dr. E. Petrou / A. Svejda

4. Übungsblatt

Ausgabe: 28.04.2011
Abgabe: 12.05.2011

Präsenzaufgabe

(a) Berechnen Sie für $f(x,y) = x\exp(-y^3)$ das Integral

$$\int_{(0,\infty)} \left(\int_{(0,y)} f(x,y)dx \right) dy.$$

(b) Berechnen Sie für $\Omega = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9\}$

$$\int_\Omega d\mathbf{x}.$$

1. Aufgabe **(5 Punkte)**

Berechnen Sie für $f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}$

$$\int_{(0,1)} \left(\int_{(0,1)} f(x,y)dx \right) dy \quad \text{und} \quad \int_{(0,1)} \left(\int_{(0,1)} f(x,y)dy \right) dx.$$

Was können Sie daraus folgern?

2. Aufgabe **(5 Punkte)**

Zeigen für $f(x,y) = y(x^3 - 12x)$, dass die Integrale

$$\int_{[0,1]} \left(\int_{[-2,1]} f(x,y)dx \right) dy \quad \text{und} \quad \int_{[-2,1]} \left(\int_{[0,1]} f(x,y)dy \right) dx$$

gleich sind.

3. Aufgabe **(6 Punkte)**

Berechnen Sie für $f(\mathbf{x}) = \exp(-(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2})$, wobei $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$

$$\int_{\mathbb{R}^3} f(\mathbf{x})d\mathbf{x}.$$

4. Aufgabe **(4 Punkte)**

Berechnen Sie für $f(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2$, wobei $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$

$$\int_\Omega \ln f(\mathbf{x})d\mathbf{x},$$

mit $\Omega = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \text{ und } a^2 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq b^2\}$, wobei $0 < a < b$.

Gesamt: 20 Punkte