

## 11. Übungsblatt

Ausgabe: 21.06.2011

Abgabe: 07.07.2011

### Präsenzaufgabe 1

Sei  $f$  eine  $2\pi$ -periodische Funktion,  $f(x) = \pi - x$  für  $0 \leq x < 2\pi$ . Berechnen sie  $f(x)$  für  $-\pi < x < 0$ .

### Präsenzaufgabe 2

Gegeben seien die folgenden  $2\pi$ -periodischen Funktionen

(a)  $f(x) = -x, -\pi \leq x < \pi,$

(b)  $f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < \pi \end{cases} .$

Zeichnen Sie den Graphen der Funktionen auf  $[-\pi, 5\pi]$  und berechnen sie deren Fourier-Reihen (in der sin, cos Darstellung).

### Präsenzaufgabe 3

(a) Berechnen Sie die Lösung der Differentialgleichung:

$$\begin{aligned} 100 \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) &= \frac{\partial}{\partial t} u(x, t), & 0 < x < 1, & \quad t > 0 \\ u(0, t) &= u(1, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) &= u_0(x) \end{aligned}$$

(b) Berechnen Sie die Lösung, falls

$$u_0(x) = \sin 2\pi x - \sin 5\pi x.$$

### 1. Aufgabe

(6 Punkte)

Gegeben seien die folgenden  $2\pi$ -periodischen Funktionen:

(a)  $f(x) = \begin{cases} x, & -\pi \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < \pi, \end{cases} ,$

(b)  $f(x) = \begin{cases} x + \pi, & -\pi \leq x < 0 \\ \pi, & 0 \leq x < \pi \end{cases} ,$

(c)  $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x < \pi \end{cases} .$

Zeichnen Sie den Graphen der Funktionen auf  $[-\pi, 5\pi]$  und berechnen sie deren Fourier-Reihen (in der sin, cos Darstellung).

**2. Aufgabe(Wellengleichung)****(10 Punkte)**

(a) Berechnen Sie die Lösung der Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x, t) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x, t), \quad 0 < x < 2\pi, t > 0 \\ u(0, t) &= u(2\pi, t) = 0, t > 0 \\ u(x, 0) &= u_0(x) \\ \frac{\partial}{\partial t}u(x, 0) &= u_1(x)\end{aligned}$$

(b) Berechnen Sie die Lösung, falls

$$u_0(x) = \sin(x) \quad \text{und} \quad u_1(x) = 0$$

**3. Aufgabe****(4 Punkte)**Sei  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  eine gerade Funktion. Zeigen Sie, dass gilt

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(nx).$$

Gesamt: 20 Punkte