Institut für Angewandte Mathematik
Sommersemester 2016
Dr. Robert Philipowski, Eva Kopfer, Angelo Profeta

"Einführung in die Statistik"

Übungszettel Nr. 13

keine Abgabe – dieser Zettel dient der Klausurvorbereitung

Wichtige Hinweise zur Klausur:

- Die Klausur findet am 06.08.2016 von **9:00 -11:00** Uhr im Wolfgang-Paul-Hörsaal statt.
- Es ist das Mitbringen eines **handschriftlich** beschriebenen DIN-A4 Blattes gestattet.
- Taschenrechner, Handys und ähnliches sind **nicht** zugelassen!

Aufgabe 1 (Maximum-Likelihood-Schätzer) [*5 Punkte*]

Sei $\vartheta > 0$. Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig identisch verteilte Zufallsvariablen, deren Verteilung durch die Dichte

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{2\vartheta} & \text{für } -\vartheta \leq x \leq \vartheta, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben ist. Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für den Parameter ϑ.

Aufgabe 2 (Bester Test) [*5 Punkte*]

Geben Sie einen besten Test für $H_0 : \mathbb{P} = \mathbb{P}_0$ gegen $H_1 : \mathbb{P} = \mathbb{P}_1$ zum Niveau $\alpha \in (0, 1)$ an, wenn $\mathbb{P}_0 = \mathrm{Exp}(a)$ und $\mathbb{P}_1 = \mathrm{Exp}(b)$ mit $0 < a < b$.

Bitte wenden!

Aufgabe 3 (Lineare Regression) [*5 Punkte*]

Um den Einfluss des Werbeetats eines Betriebes auf den Umsatz zu untersuchen, wurden in $n = 4$ Betrieben Umsatz x_i (in 100.000 Euro) und Werbeetat t_i (in 10.000 Euro) beobachtet:

i	1	2	3	4
x_i	8	10	4	6
t_i	2	3	3	4

a. Bestimmen Sie die Designmatrix A des linearen Regressionsmodells

$$x_i = \beta_0 + \beta_1 t_i + \sqrt{v}\varepsilon_i \quad \text{für } i = 1, \ldots, 4. \tag{1}$$

b. Berechnen Sie die Kleinste-Quadrate-Schätzer für γ_0 und γ_1 explizit.

Aufgabe 4 (Zeitdiskretes Finanzmarktmodell) [*5 Punkte*]

Betrachten Sie die folgende Aussage:

> In einem zeitdiskreten Finanzmarktmodell gibt es genau dann eine Arbitragestrategie, wenn es eine selbstfinanzierende Anlagestrategie φ mit $V_0(\varphi) = 0$ und $V_N(\varphi)(\omega) > 0$ für alle $\omega \in \Omega$ gibt.

Beweisen Sie diese Aussage oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.