Institut für Angewandte Mathematik
Sommersemester 2016
Dr. Robert Philipowski, Eva Kopfer, Angelo Profeta

"Einführung in die Statistik"

Übungszettel Nr. 12

Abgabe am 13.07.16

Aufgabe 1 (Europäische Call-Option) [*5 Punkte*]

Wir betrachten eine europäische Kaufoption mit Ausübungspreis K und Fälligkeitstermin T. Der Zinssatz über den Zeitraum von 0 bis T ist r. Der Preis des Basiswerts S_T beträgt entweder uS_0 oder dS_0, wobei $0 < d < 1 + r < u$.
Zeigen Sie, dass es möglich ist, einen sicheren Gewinn zu erzielen, wenn die Option zu einem anderen Preis als

$$V_0 = \frac{1}{1+r}\left(\frac{u-1-r}{u-d}(dS_0 - K)_+ + \frac{1+r-d}{u-d}(uS_0 - K)_+\right)$$

gehandelt wird.

Aufgabe 2 (Arbitrage) [*5 Punkte*]

Betrachten Sie die folgenden zeitdiskreten Finanzmarktmodelle:

(i) $N = 1, \quad d = 1, \quad \Omega = \{\omega_1, \omega_2\},$
$S_0^0 = 1, \quad S_1^0 = 1.1,$
$S_0^1 = 5, \quad S_1^1(\omega_1) = 7, \quad S_1^1(\omega_2) = 5.$

(ii) $N = 1, \quad d = 1, \quad \Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\},$
$S_0^0 = 1, \quad S_1^0 = 1.1,$
$S_0^1 = 5, \quad S_1^1(\omega_1) = 7, \quad S_1^1(\omega_2) = 5, \quad S_1^1(\omega_3) = 3.$

(iii) $N = 1, \quad d = 2, \quad \Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\},$
$S_0^0 = 1, \quad S_1^0 = 1.1,$
$S_0^1 = 5, \quad S_1^1(\omega_1) = 7, \quad S_1^1(\omega_2) = 7, \quad S_1^1(\omega_3) = 5,$
$S_0^2 = 7, \quad S_1^2(\omega_1) = 9, \quad S_1^2(\omega_2) = 6, \quad S_1^2(\omega_3) = 6.$

Bestimmen Sie welche dieser Märkte arbitragefrei sind.

Aufgabe 3 (Lineares Modell) [*5 Punkte*]

Für zwei Objekte mit unbekannten Gewichten w_1 und w_2 werden die Gewichte der Einzelobjekte, die Summe und Differenz der Gewichte gemessen, jede der vier Messungen sei mit einem unabhängigen Fehler derselben Varianz behaftet. Es wurden die Messwerte 3.4, 2.9, 6.3, 0.7 beobachtet.

a. Stellen Sie ein lineares Modell auf.

b. Bestimmen Sie die Kleinste-Quadrate-Schätzer für w_1, w_2 sowie deren geschätzte Streuung.