Institut für Angewandte Mathematik
Sommersemester 2016
Dr. Robert Philipowski, Eva Kopfer, Angelo Profeta

"Einführung in die Statistik"

Übungszettel Nr. 10

Abgabe am 29.06.16

Aufgabe 1 (Pferderennen) [*5 Punkte*]

Es wird vermutet, dass bei Pferderennen auf einem ovalen Parcours die Startposition einen Einfluß auf die Gewinnchancen hat.

1. Formulieren Sie den Chiquadrat-Test zum Niveau $\alpha = 5\%$ für die Nullhypothese, dass die Startposition keinen Einfluss auf die Siegchancen hat.

2. In 144 Rennen hatten die Sieger die Startpositionen $1, 2, \ldots, 8$ mit den folgenden Häufigkeiten: 29, 19, 18, 25, 17, 10, 15, 11.
   Wie lautet die Testentscheidung?

Aufgabe 2 (Qualitätskontrolle) [*5 Punkte*]

Eine Mensa bezieht Brötchen von einer Großbäckerei um daraus Frikadellen herzustellen. Die Großbäckerei garantiert ein mittleres Gewicht von mindestens $\mu_0 = 45$ g bei einer Standardabweichung von $\sigma = 2$. Die Mensa unterzieht die tägliche Lieferung einer Abnahmeprüfung.

1. Wie lauten Null- und Alternativhypothese?

2. Bestimme den Annahme- und Ablehnungsbereich für $\alpha = 0,05$ und den Stichprobenumfang $n = 25$ unter Verwendung der Normalverteilung.

3. Eine Stichprobe liefert $\bar{x} = 44$ g. Wie wird entschieden?

4. Wie groß ist das Risiko des Herstellers, dass eine Lieferung mit $\mu = 45$, die gerade noch den Anforderungen entspricht, zurückgewiesen wird?

5. Wie groß ist das Risiko des Abnehmers, dass eine Sendung mit $\mu = 44$ nicht zurückgewiesen wird?

6. Wo liegt die Annahmegrenze, wenn der Abnehmer fordert, dass eine Lieferung mit $\mu = 43$ nur mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 0,05 angenommen wird, und wie groß ist der notwendige Stichprobenumfang n?

Aufgabe 3 (Kolmogorov-Smirnov-Test) [*5 Punkte*]

Ein Computer erzeugt Zufallszahlen, die im Intervall $(0, 1)$ gleichverteilt sein sollen.

1. Formulieren Sie den Kolmogorov-Smirnov-Test zum Niveau $\alpha = 2\%$ für die Nullhypothese, dass die Zufallsvariablen tatsächlich gleichverteilt sind.

2. Man erhält folgende 10 Zahlen:
   0,645; 0,372; 0,600; 0,956; 0,990; 0,211; 0,448; 0,922; 0,403; 0,503.
   Wie lautet die Testentscheidung?

Aufgabe 4 [*5 Punkte*]

Sei X eine Zufallsvariable mit Werten in $[-a, a]$ und $\mathbb{E}[X] = 0$. Zeigen Sie

$$\mathbb{P}[X \geq t] \leq \exp(-\frac{t^2}{2a^2}).$$