

Biometrie und Methodik (Statistik) - WiSem08/09

Probeklausur 1

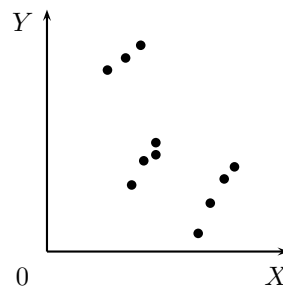
Aufgabe 1 (10 Punkte). 10 Schüler der zehnten Klasse unterziehen sich zur Vorbereitung auf die Abschlussprüfung einem Mathematiktrainingsprogramm. Es gibt zwei verschiedene Trainingsformen A und B, welche von jeweils 5 Schülern absolviert werden. Die folgende Tabelle zeigt die erreichten Punktzahlen in der Abschlussklausur.

Versuchsperson	1	2	3	4	5
Form A	10	15	12	11	15
Form B	5	10	7	8	10

Kann man zeigen, dass Trainingsprogramm A besser ist als Trainingsprogramm B ?

- 1.1. Stellen Sie ein geeignetes statistisches Modell auf, und erörtern Sie die Voraussetzungen.
- 1.2. Formulieren Sie die Nullhypothese und die Alternative.
- 1.3. Welche Teststatistik verwenden Sie? Was ist die Verteilung der Teststatistik unter der Nullhypothese?
- 1.4. Berechnen Sie den Wert der Teststatistik aus den Daten.
- 1.5. Treffen Sie eine Testentscheidung zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$.
- 1.6. Welchen anderen Test könnten Sie hier verwenden? Erklären Sie Vor- und Nachteile.

Aufgabe 2. (2 Punkte) Betrachten Sie das folgende **Streudiagramm** zweier Merkmale X und Y :



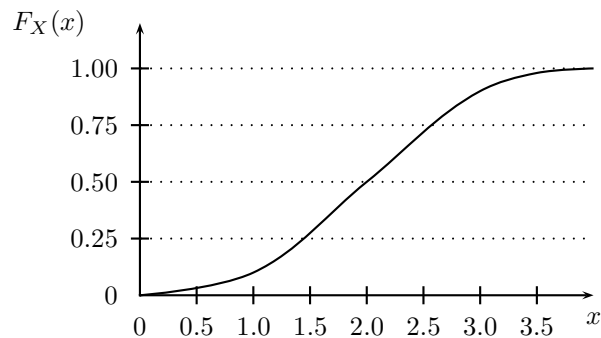
Welche Aussagen über das Streudiagramm treffen zu? Antworten Sie durch ankreuzen von Ja oder Nein!

- | Nr. | Aussage | Ja | Nein |
|-----|---|-----------------------|-----------------------|
| a) | X und Y sind negativ korreliert | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| b) | Der Korrelationskoeffizient $\rho_{X,Y}$ hat den Wert -1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| c) | Das Streudiagramm gibt Anlass zu der Vermutung, dass die untersuchte Grundgesamtheit sehr homogen ist | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| d) | Das Streudiagramm gibt Anlass zu der Vermutung, dass die untersuchte Grundgesamtheit aus Untergruppen besteht für die X und Y jeweils positiv korreliert sind | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

Aufgabe 3. (2 Punkte) Die Wahrscheinlichkeit, dass die Preise für Diesel im kommenden Jahr steigen (Ereignis D), sei 80%. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Futterpreis steigt (Ereignis F), betrage 70%. Falls schon bekannt ist, dass der Dieselpreis steigt, dann sei die Wahrscheinlichkeit, dass auch der Futterpreis steigt 90%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass folgende Ereignisse eintreten? Antworten Sie durch ankreuzen des richtigen Wertes:

Nr.	Ereignis	7%	14%	17%	63%
2.a)	Futterpreis und Dieselpreis steigen	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.b)	Der Dieselpreis steigt, nicht aber der Futterpreis	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Aufgabe 4. (2 Punkte) Betrachten Sie das Diagramm einer Verteilungsfunktion.



Welche Aussagen über eine gemäß dieser Verteilungsfunktion verteilte Zufallsvariable X treffen zu? Antworten Sie durch ankreuzen von Ja oder Nein!

Nr.	Aussage	Ja	Nein
4.a)	X ist eine diskrete Zufallsvariable	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.b)	$P(X \geq 1.5) = 0.25$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Aufgabe 5. (2 Punkte) Welche Aussagen über Parameterschätzer sind korrekt?

- | Nr. | Aussage |
|------|--|
| 1.a) | Ein Parameterschätzer schätzt den Parameter einer Verteilungsklasse, indem ausschließlich Vorabinformationen über die Grundgesamtheit verwendet werden |
| 1.b) | Ist ein Schätzer konsistent , dann nähert sich sein Erwartungswert für immer weiter wachsenden Umfang n der Zufallsstichprobe dem wahren Wert θ an, und seine Schwankungen um den wahren Wert werden klein (verschwinden im Grenzwert $n \rightarrow \infty$) |
| 1.c) | Der Schätzer für den Anteilswert p der stat. Einheiten mit Eigenschaft E in einer dichotomen Grundgesamtheit (besteht aus stat. Einheiten, die Eigenschaft E haben oder nicht haben können) ist $\bar{X} = X/n$ mit X der Zählvariable der Einheiten mit Eigenschaft E in der Stichprobe. Ist \bar{X} ein erwartungstreuer Schätzer? |
| 1.d) | Die Standardabweichung eines erwartungstreuen Schätzers ist ein Maß dafür, wie stark die statistischen Schwankungen des Schätzers um den wahren Wert sind |

Aufgabe 6. (2 Punkte) Welche der folgenden Aussagen über ein 95%-Konfidenzintervall für den Mittelwert m eines Merkmals X sind richtig?

- a) Die Intervallgrenzen sind Realisationen von Zufallsgrössen.
- b) Je grösser der Stichprobenumfang n ist, desto kleiner ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Merkmalswert ausserhalb der Intervallgrenzen liegt.
- c) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% liegen die Merkmalswerte von X innerhalb der Grenzen des Konfidenzintervalls.
- d) Wenn α zunimmt, nimmt auch die Grösse des Konfidenzintervalls zu.
- e) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% überdeckt das Konfidenzintervall den tatsächlichen Mittelwert.

Biometrie und Methodik (Statistik) - WiSem08/09

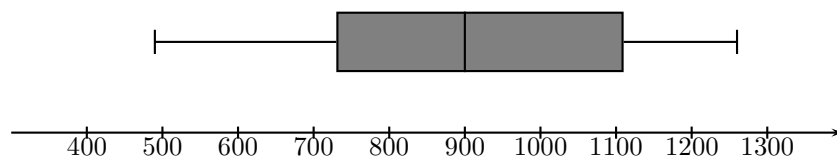
Probeklausur 2

Aufgabe 1. (10 Punkte) Der veraltete Asphaltbelag des Bahnhofplatzes einer deutschen Großstadt wurde durch kleine Pflastersteine erneuert. Der verantwortliche Beamte erhielt nun von mehreren Damen anonyme Briefe, die behaupteten, dass der Höchstabstand zwischen den Steinen überschritten worden wäre. Es hätte bereits eine Reihe von Vorfällen gegeben, wo sie mit ihren hochhackigen Schuhen zwischen die Steine gerutscht wären. Statt dem vorgegebenen Abstand von 6 mm sei er viel breiter. Das Bauamt führte an 10 Stellen Messungen durch, um dieses zu prüfen. Die Stichprobe führte zu folgenden Daten:

Messung	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
gemessener Abstand	6.2	6.9	5.8	7.1	6.75	6.15	5.95	6.1	6.95	6.8

- 1.1. Stellen Sie ein geeignetes statistisches Modell auf, und erörtern Sie die Voraussetzungen.
- 1.2. Geben Sie einen Schätzer für den Erwartungswert und die Varianz an. Sind die Schätzer erwartungstreu?
- 1.3. Formulieren Sie die Nullhypothese und die Alternative.
- 1.4. Welche Teststatistik verwenden Sie? Was ist die Verteilung der Teststatistik unter der Nullhypothese?
- 1.5. Berechnen Sie den Wert der Teststatistik aus den Daten.
- 1.6. Treffen Sie eine Testentscheidung zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.025$ unter Verwendung der Quantile der zugrundeliegenden Verteilung.
- 1.7. Berechnen Sie den p-Wert des Tests. Wird die Nullhypothese zu den Signifikanzniveaus 0.05 bzw. 0.01 verworfen ?
- 1.8. Welche Bedeutung hat das Verwerfen bzw. Belassen der Nullhypothese ?

Aufgabe 2. (2 Punkte) Betrachten Sie den folgenden **Boxplot** einer empirischen Verteilung:



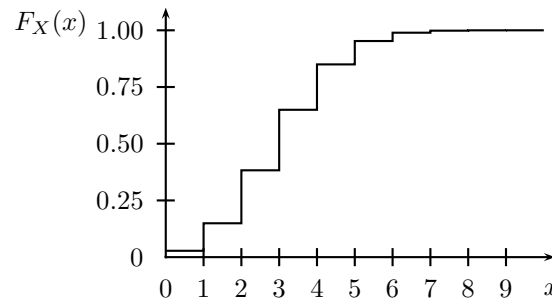
Kreuzen sie jeweils den zu dem Boxplot passenden Wert für die Quantile $x_{(0.5)}$ und $x_{(0.75)}$ der empirischen Verteilung an!

- $x_{(0.5)} =$
- 730
 - 900
 - 1105

- $x_{(0.75)} =$
- 1105
 - 1260
 - 1360

Aufgabe 3. (2 Punkte) Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A betrage 65%, die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B 40% und die Wahrscheinlichkeit, dass A und B gleichzeitig eintreten 25%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass wenigstens eines der Ereignisse A oder B eintritt?

Aufgabe 4. (2 Punkte) Wir betrachten die Verteilungsfunktion F_X der Binomialverteilung $Bin(10, 0.3)$ zu den Parametern $p = 0.3$ und $n = 10$.



Welche der folgenden Aussagen über die $Bin(10, 0.3)$ -Verteilung sind korrekt? Beantworten Sie durch ankreuzen von Ja oder Nein!

Nr.	Aussage	Ja	Nein
4.a)	Der Median der $Bin(10, 0.3)$ Verteilung hat den Wert 4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.b)	Das erste Quartil, $x_{(0.25)}$, ist gleich dem Erwartungswert	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.c)	Die Wahrscheinlichkeit $P(X = 3)$ beträgt für $X \sim Bin(10, 0.3)$ mehr als 40%	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.d)	Die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 5)$ beträgt für $X \sim Bin(10, 0.3)$ mehr als 70%	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Aufgabe 5. (2 Punkte) Wir betrachten einen Gausstest (z-Test) zur Varianz $\sigma_X^2 = 1$. Unten werden die Hypothesen H_0 , H_1 sowie das Signifikanzniveau α und der aus der Stichprobe bestimmte Durchschnittswert \bar{x} sowie der Stichprobenumfang n angegeben. Entscheiden Sie durch ankreuzen, ob Sie Hypothese H_0 oder H_1 annehmen!

Nr.	Testproblem	H_0	H_1
5.a)	$H_0 : m_X = 0, H_1 : m_X \neq 0, \alpha = 10\%, \bar{x} = 0.1, n = 100$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.b)	$H_0 : m_X \leq 1, H_1 : m_X > 1, \alpha = 10\%, \bar{x} = 1.09, n = 16$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Hinweis: Einige Quantile der Standardnormalverteilung finden Sie in untenstehender Tabelle.

W-keit p	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995
Quantil z_p	0.8416	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0903	3.2906

Aufgabe 6. (2 Punkte) Welche Aussagen über Parameterschätzer sind korrekt? Antworten Sie durch ankreuzen von Ja oder Nein!

Nr.	Aussage	Ja	Nein
6.a)	Parameterschätzer sind Zufallsvariablen, die von der Auswahl der Zufallsstichprobe abhängen	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6.b)	Der Schätzer $\frac{1}{n} \sum_j (X_j - \bar{X})^2$ für die Varianz ist erwartungstreu	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6.c)	Schätzer werden gebraucht, um die Parameter von wahrscheinlichkeitstheoretischen Modellen aus der Stichprobe zu bestimmen	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Weitere Probeklausuren in kürze im Internet unter
www-wt.iam.uni-bonn.de/~eberle/Biometrie0809.html

Formelsammlung für die Klausur in kürze im Internet.

Besprechung der Probeklausuren im Januar – Termin wird im Internet bekanntgegeben.