Formelsammlung "Biometrie und Methodik"

1 Beschreibende Statistik

Univariate Datenanalyse	(Beobachtungswerte $x_1, ..., x_n$)
Absolute Häufigkeit	n_k = Anzahl der ω_i mit $x_i = a_k$
Relative H'keit/ Empirische Verteilung	$h_k = n_k/n$
Empirische Verteilungsfunktion	$F_n(x) = \sum_{a_k \leq x} h_k = \frac{1}{n} \cdot$ Anzahl der x_i mit $x_i \leq x$
Arithmetisches Mittel	$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i = \sum_k h_k a_k$
Empirische Varianz	$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2 = \sum_k h_k (a_k - \overline{x})^2$
Stichprobenvarianz	$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{n}{n-1} \sum_k h_k (a_k - \overline{x})^2$
Variationskoeffizient	$v = \sigma / \overline{x}$
Multivariate Datenanalyse	(Beobachtungswerte $(x_1, y_1), ..., (x_n, y_n)$)
Absolute Häufigkeit	n_{kl} = Anzahl der ω_i mit $x_i = a_k$ und $y_i = b_l$
Häufigkeiten der einzelnen Merkmale	$n_k^X = \sum_l n_{kl}$, $n_l^Y = \sum_k n_{kl}$
Relative H'keit/ Empirische Verteilung	$h_{kl} = n_{kl}/n$
Randverteilungen	$h_k^X = \sum_l h_{kl}$, $h_l^Y = \sum_k h_{kl}$
Bedingte relative Häufigkeiten	$h_{k\|l} = h_{kl}/h_l^Y$, $\widetilde{h}_{l\|k} = h_{kl}/h_k^X$
Quadratische Kontingenz	$\chi^2 = \sum_{k,l} \frac{(n_{kl} - \widehat{n}_{kl})^2}{\widehat{n}_{kl}}$ mit $\widehat{n}_{kl} = \frac{1}{n} n_k^X n_l^Y$
Mittlere quadratische Kontingenz	$\phi^2 = \frac{\chi^2}{n} = \sum_{k,l} \frac{\left(h_{kl} - h_k^X h_l^Y\right)^2}{h_k^X h_l^Y}$
Cramérsches Kontingenzmaß	$C = \sqrt{\frac{\phi^2}{\min(r-1, s-1)}} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \cdot \min(r-1, s-1)}}$ (wobei r, s Zeilen-/Spaltenzahl in Kontingenztabelle)
Empirische Kovarianz	$c_{x,y} = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \overline{x}) \cdot (y_i - \overline{y}) = \overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}$ $c_{x,y} = \sum_k \sum_l h_{kl} \cdot (a_k - \overline{x}) \cdot (b_l - \overline{y})$
Korrelationskoeffizient	$\rho_{x,y} = \frac{c_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$
Regressionsgerade	$f(x) = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x$, $\hat{\beta} = \frac{c_{x,y}}{\sigma_x^2}$, $\hat{\alpha} = \overline{y} - \hat{\beta} \overline{x}$

Für **klassierte Daten** gelten die Formeln zur Berechnung von Mittelwert, empirischer Varianz und Kovarianz **näherungsweise,** wenn man für a_k den Klassenmittelpunkt, und für h_k die relative Häufigkeit der Klasse einsetzt.

2 Wahrscheinlichkeiten

Gegenereignis	$P[A \text{ tritt nicht ein}] = 1 - P[A \text{ tritt ein}]$
Additionssatz	$P[A \text{ tritt ein oder } B \text{ tritt ein}]$
	$= P[A \text{ tritt ein}] + P[B \text{ tritt ein}] - P[A \text{ tritt ein und } B \text{ tritt ein}]$
Bedingte W'keit	$P[A\|B] = \frac{P[A \text{ und } B]}{P[B]} = \frac{P[A \text{ und } B \text{ treten beide ein}]}{P[B \text{ tritt ein}]}$
Fallunterscheidung	$P[A] = \sum_{i=1}^{n} P[A\|H_i] \cdot P[H_i]$ wobei H_i disjunkte Fälle, von denen genau einer eintritt
Satz von Bayes	$P[H_i\|A] = \frac{P[A\|H_i] \cdot P[H_i]}{\sum_{j=1}^{n} P[A\|H_j] \cdot P[H_j]} = const. \cdot P[A\|H_i] \cdot P[H_i]$ wobei H_i disjunkte Fälle, von denen genau einer eintritt
Multiplikativität	$P[A \text{ und } B \text{ treten ein}] = P[A] \cdot P[B\|A] = P[B] \cdot P[A\|B]$
Unabhängigkeit	$P[A \text{ und } B \text{ treten ein}] = P[A] \cdot P[B]$

3 Zufallsvariablen und ihre Verteilung

3.1 Diskrete Zufallsvariablen

Verteilung/Massenfkt.	$p_X(a_k) = P[X = a_k]$
Verteilungsfunktion	$F_X(y) = P[X \leq y] = \sum_{a_k \leq y} p_X(a_k)$
p-Quantil	$P\left[X < x_{(p)}\right] \leq p \leq P\left[X \leq x_{(p)}\right]$
Erwartungswert	$E[X] = \sum_k a_k \cdot p_X(a_k)$
	$E[g(X)] = \sum_k g(a_k) \cdot p_X(a_k)$
Varianz	$Var(X) = E\left[(X - E[X])^2\right] = E\left[X^2\right] - E[X]^2$
Standardabweichung	$\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$

3.2 Stetige Zufallsvariablen

Dichtefunktion	$P[a \leq X \leq b] = P[a < X < b] = \int_a^b f_X(x)\ dx$
Verteilungsfunktion	$F_X(y) = P[X \leq y] = \int_{-\infty}^{y} f_X(x)\ dx$
Zusammenhang	$f_X = F_X^{'}$
p-Quantil	$F_X(x_{(p)}) = P\left[X \leq x_{(p)}\right] = p$
Erwartungswert	$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x)\ dx$
	$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot f_X(x)\ dx$
Varianz	$Var(X) = E\left[(X - E[X])^2\right] = E\left[X^2\right] - E[X]^2$
	$= \int_{-\infty}^{\infty} (x - E[X])^2 \cdot f_X(x)\ dx$
Standardabweichung	$\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$

3.3 Rechenregeln

Erwartungswert	$E[a \cdot X + b \cdot Y] = a \cdot E[X] + b \cdot E[Y]$
Varianz	$Var(a \cdot X) = a^2 \cdot Var(X)$
	$\sigma(a \cdot X) = \lvert a \rvert \cdot \sigma(X)$
	$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y) + 2 \cdot Cov(X, Y)$
	X, Y unkorreliert $\Rightarrow Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$
Standardisierung	$Y = \frac{X - E[X]}{\sigma(X)}$ ist ZV mit $E[Y] = 0$ und $\sigma(Y) = 1$

4 Spezielle Verteilungen

Gleichverteilung	$p(a_i) = \frac{1}{m} = \frac{1}{\text{Anzahl der möglichen Werte}}$
(auf $\{a_1, \ldots, a_m\}$)	Erw.wert $= \frac{m+1}{2}$, Varianz $= \frac{m^2-1}{12}$
Empirische Verteilung	$p(a_k) =$ rel. Häufigkeit von a_k unter $x_1, \ldots, x_n$
(der Daten $x_1, \ldots, x_n$)	Erw.wert $= \overline{x}_n = \frac{1}{n}\sum_i x_i$
	Varianz $= \sigma_n^2 = \frac{1}{n}\sum_i (x_i - \overline{x}_n)^2$
Bernoulli (p)	$p(1) = p, \qquad p(0) = 1 - p$
	Erw.wert $= p$, Varianz $= p \cdot (1-p)$
Bin (n, p)	$p(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$
	$\binom{n}{k} = \frac{n\cdot(n-1)\cdot\cdots\cdot(n-k+1)}{k\cdot(k-1)\cdot\cdots\cdot 1} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
	Erw.wert $= n \cdot p$, Varianz $= n \cdot p \cdot (1-p)$
Hypergeom $(\widehat{n},\ \widehat{k}, n)$	$p(k) = \frac{\binom{\widehat{k}}{k}\cdot\binom{\widehat{n}-\widehat{k}}{n-k}}{\binom{\widehat{n}}{n}} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$
	Erw.wert $= n \cdot \frac{\widehat{k}}{\widehat{n}}$, Varianz $= n\frac{\widehat{k}}{\widehat{n}}\frac{\widehat{n}-\widehat{k}}{\widehat{n}}\frac{\widehat{n}-n}{\widehat{n}-1}$
Poisson (λ)	$p(k) = \frac{1}{k!}\lambda^k \cdot e^{-\lambda} \qquad (k = 0, 1, 2, ...)$
	Erw.wert $= \lambda$, Varianz $= \lambda$
Exp (λ)	$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ für $t > 0$, $f(t) = 0$ für $t \leq 0$
	Erw.wert $= \frac{1}{\lambda}$, Standardabw. $= \frac{1}{\lambda}$
N $(0, 1)$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$
	Erw.wert $= 0$, Varianz $= 1$
N (m, σ^2)	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-m)^2/2\sigma^2}$
	Erw.wert $= m$, Varianz $= \sigma^2$
Lineare Transformationen	$X \sim N(m, \sigma^2) \quad \Longrightarrow \quad X + a \sim N(m + a, \sigma^2)$
	$b \cdot X \sim N(b \cdot m, b^2 \cdot \sigma^2)$

5 Approximation von Verteilungen

Poissonapproximation der Binomialverteilung	Für große n und für p mit $n \cdot p = \lambda$ (also $p = \lambda/n$) gilt $\binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \approx \frac{1}{k!}\lambda^k \cdot e^{-\lambda}$
Gesetz der großen Zahlen ($n \to \infty$)	Für $X_1, X_2, \ldots$ unabh., ident. vert., $E[X_i] = m$, $Var(X_i) = \sigma^2$ gilt: $\overline{X}_n = \frac{1}{n} \cdot (X_1 + X_2 + \cdots + X_n) \longrightarrow m$
Anwendung auf rel. H'keiten	$h_n(a) \longrightarrow p(a)$
Zentraler Grenzwertsatz	Für $X_1, X_2, \ldots$ unabh., ident. vert., $E[X_i] = m$, $Var(X_i) = \sigma^2$ gilt: $\overline{X}_n = \frac{1}{n} \cdot (X_1 + X_2 + \cdots + X_n) \approx N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ für große n
Normalapproximation der Binomialverteilung	$X \sim Bin(n,p), \quad Y = (X - np)/\sqrt{np(1-p)}$ $P[a \le Y \le b] \approx \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx = \Phi(b) - \Phi(a)$
Anwendbarkeit (Faustregel)	$n \cdot p \ge 10$ und $n \cdot (1-p) \ge 10$
Normalapproximation für W'keiten der σ-Umgebungen	$P[\lvert X - E[X]\rvert \le \sigma(X)] \approx 68.2\%$ (exakt für $X \sim N(0,1)$) $P[\lvert X - E[X]\rvert \le 2\sigma(X)] \approx 95.4\%$ (exakt für $X \sim N(0,1)$) $P[\lvert X - E[X]\rvert \le 3\sigma(X)] \approx 99.7\%$ (exakt für $X \sim N(0,1)$)

6 Punktschätzer und Teststatistiken

Einstichprobenproblem	**Statistiken**	**Verteilung unter H_0**
Schätzung des Mittelwerts	$\overline{X}_n = \frac{1}{n} \cdot (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$	
Schätzung der Varianz	$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}_n\right)^2$	
Gauss-Statistik	$Z_n = \frac{\overline{X}_n - m_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\sim N(0,1)$ im Gaussmodell
t-Statistik	$T = \frac{\overline{X}_n - m_0}{S_n/\sqrt{n}}$	$\sim t(n-1)$ im Gaussmodell
V-Statistik (Vorzeichentest)	$V =$Anzahl der pos. Vorzeichen von $X_i - \mu_0$	$\sim Bin(n, 0.5)$ bei stet. Verteilung
W-Statistik (Wilcoxontest)	$W =$Summe der Ränge der pos. Differenzen $X_i - m_0$	s. Lit., Vorauss. stet. symm. Vert.

Verbundenes Zweistichprobenproblem	**Statistiken** $(U_i = X_i - Y_i)$	**Verteilung unter H_0**
Schätzung der Differenz der Mittelwerte	$\overline{U}_n = \overline{X}_n - \overline{Y}_n$	
Schätzung der Varianz	$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(U_i - \overline{U}_n\right)^2$	
Gauss-Statistik	$Z_n = \frac{\overline{U}_n}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\sim N(0,1)$ im Gaussmodell
t-Statistik	$T = \frac{\overline{U}_n}{S_n/\sqrt{n}}$	$\sim t(n-1)$ im Gaussmodell
V-Statistik (Vorzeichentest)	$V =$Anzahl der pos. Vorzeichen von U_i	$\sim Bin(n, 0.5)$ bei stet. Verteilung
W-Statistik (Wilcoxontest)	$W =$Summe der Ränge der pos. Differenzen U_i	s. Lit., Vorauss. stet. Verteilungen unterscheiden sich nur in Lage

Unverbundenes Zweistichprobenprobl.	**Statistiken**	**Verteilung unter H_0**
Schätzung der Mittelwerte	$\overline{X}_n = \frac{1}{n} \cdot (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$ $\overline{Y}_m = \frac{1}{m} \cdot (Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_m)$	
Gepoolte Schätzung der Varianz	$S_{pool}^2 = \frac{1}{n+m-2} \left(\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}_n\right)^2 + \sum_{i=1}^{m} \left(Y_i - \overline{Y}_m\right)^2 \right)$	
Gauss-Statistik	$Z_n = \frac{\overline{X}_n - \overline{Y}_m}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\sim N(0,1)$ im Gaussmodell
t-Statistik	$T = \frac{\overline{X}_n - \overline{Y}_m}{S_{pool} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$	$\sim t(n+m-2)$ im Gaussmodell
U-Statistik (Mann-Whitney-U-Test)	$U =$ siehe Literatur (Rangstatistik)	s. Lit., Vorauss. stet. Verteilungen unterscheiden sich nur in Lage

Einfaktorielle Varianzanalyse	**Statistiken**	**Verteilung unter H_0**
Schätzer für i-tes Gruppenmittel	$\overline{Y}_i = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}$	(n_i Daten $y_{i1}, \ldots, y_{in_i}$ in Gruppe i)
Schätzer für Gesamtmittelwert	$\overline{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij} \; = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i \cdot \overline{Y}_i$	(k Gruppen)
Quadratsumme zwischen Gruppen	$QS_b = \sum_{i=1}^{k} n_i \cdot \left(\overline{Y}_i - \overline{Y}\right)^2$	$\sim \chi^2(k-1)$ im Gaussmodell
Quadratsumme innerhalb der Gruppen	$QS_w = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} \left(Y_{ij} - \overline{Y}_i\right)^2$	$\sim \chi^2(n-k)$ im Gaussmodell
Mittlere Streuung zwischen Gruppen	$MQS_b = \frac{1}{k-1} \cdot QS_b$	
Mittlere Streuung innerhalb Gruppen	$MQS_w = \frac{1}{n-k} \cdot QS_w$	
F-Statistik	$F = \frac{MQS_b}{MQS_w}$	$\sim F(k-1, n-k)$ im Gaussmodell
H-Statistik (Kruskal-Wallis-Test)	$H =$ siehe Literatur (Rangstatistik)	s. Lit., Vorauss. stet. Verteilungen unterscheiden sich nur in Lage

ANOVA-Tabelle:

Quelle der Variation	**QS**	**Freiheitsgrade**	**MQS**	**f**
zwischen den Gruppen	QS_b	$k-1$	MQS_b	MQS_b/MQS_w
innerhalb der Gruppen	QS_w	$n-k$	MQS_w	
Gesamt	QS_t	$n-1$		

Anpassungs- und Unabhängigkeitstest	**Statistiken**	**Verteilung unter H_0**
Chiquadrat-Statistik (Anpassungstest)	$\chi^2 = \sum_{l=1}^{r} \frac{(n_l - \widehat{n}_l)^2}{\widehat{n}_l}$ $n_l =$Häufigkeit der Klasse K_l $\widehat{n}_l =$theoretische H'keit unter H_0	$\approx \chi^2(r-1)$ für große n
Chiquadrat-Statistik (Unabhängigkeitstest)	$\chi^2 = \sum_{l} \frac{(n_{kl} - \widehat{n}_{kl})^2}{\widehat{n}_{kl}}$ $n_{kl} =$H'keit der Kombin. (a_k, b_l) $\widehat{n}_{kl} = \frac{1}{n} n_k^X n_l^Y$ theoret. H'keit	$\approx \chi^2((r-1)\cdot(s-1))$ für große n

7 Konfidenzintervalle (im Gaussmodell)

Einstichprobenproblem	**Konfidenzintervall**
Mittelwert bei bekannter Varianz	$\overline{X}_n \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{n}$
Mittelwert bei unbekannter Varianz	$\overline{X}_n \pm t_{n-1,1-\alpha/2} \cdot S_n/\sqrt{n}$

Verbundenes Zweistichprobenproblem	**Konfidenzintervall** $(U_i = X_i - Y_i)$
Differenz der Mittelwerte bei bekannter Varianz	$\overline{U}_n \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma/\sqrt{n}$
Differenz der Mittelwerte bei unbekannter Varianz	$\overline{U}_n \pm t_{n-1,1-\alpha/2} \cdot S_n/\sqrt{n}$

Unverbundenes Zweistichprobenproblem	**Konfidenzintervall**
Differenz der Mittelwerte bei bekannter Varianz	$\overline{X}_n - \overline{Y}_m \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}$
Differenz der Mittelwerte bei unbekannter Varianz	$\overline{X}_n - \overline{Y}_m \pm t_{n+m-2,1-\alpha/2} \cdot S_{pool} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}$

8 Hypothesentests

U = Teststatistik (z.B. $U = Z, T, W, \chi^2$, etc.)
u = beobachteter Wert der Teststatistik
α = Signifikanzniveau
u_α = α-Quantil der Teststatistik

Testentscheidung über Quantile	**H_0 wird verworfen, falls**
Rechtsseitige Alternative	$u \geq u_{1-\alpha}$
Linksseitige Alternative	$u \leq u_\alpha$
Beidseitige Alternative (allgemein)	$u \geq u_{1-\alpha/2}$ oder $u \leq u_{\alpha/2}$
Beidseitige Alternative (bei symmetrischer Verteilung von U mit Mittelwert 0)	$\lvert u \rvert \geq u_{1-\alpha/2}$

Testentscheidung über p-Wert	**H_0 wird verworfen, falls**
Beliebige Alternative	$\alpha \geq p$

Berechnung des p-Werts	**p-Wert**
Rechtsseitige Alternative	$p = P_{H_0}[U \geq u]$
Linksseitige Alternative	$p = P_{H_0}[U \leq u]$
Beidseitige Alternative (bei symmetrischer Verteilung von U mit Mittelwert c)	$p = P_{H_0}[\lvert U - c \rvert \geq \lvert u - c \rvert]$

Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}\, dz$

	0,00	**0,01**	**0,02**	**0,03**	**0,04**	**0,05**	**0,06**	**0,07**	**0,08**	**0,09**
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0, 6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0, 7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0, 9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998

γ-Quantile der Student-t_n-Verteilung							
	γ						
n	**0,90**	**0,95**	**0,975**	**0,99**	**0,995**	**0,999**	**0,9995**
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656	318,289	636,578
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,328	31,600
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,214	12,924
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,894	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,768
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,689
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,660
∞	1,282	1,645	1,960	2,327	2,577	3,092	3,293
Die letzte Zeile "∞" enthält die Quantile der Standard-Normalverteilung und gilt in guter Näherung für die t_n-Verteilung mit $n \geq 30$							