

0. Übungsblatt „Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie“

Besprechung in der ersten Übung

Aufgabe 1

Es sei A_r , $r \in \mathbb{N}$, eine Folge von Ereignissen auf einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{A}, P) .
Es gelte $P[A_r] = 1$ für alle r . Zeigen Sie:

$$P \left[\bigcap_{r=1}^{\infty} A_r \right] = 1.$$

Aufgabe 2

Es seien A_1, \dots, A_n Ereignisse auf einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{A}, P) mit

$$P[A_r] = p \quad \text{und} \quad P[A_r \cap A_s] = q \quad \text{für alle } 1 \leq r, s \leq n \text{ mit } r \neq s.$$

Angenommen es tritt mindestens ein Ereignis sicher ein, aber nie mehr als zwei Ereignisse gleichzeitig. Zeigen Sie, dass dann $p \geq 1/n$ und $p \leq 2/n$ gelten muss.

Aufgabe 3

Es seien A_1, \dots, A_n Ereignisse auf einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{A}, P) mit

$$P[A_r] = p, \quad P[A_r \cap A_s] = q \quad \text{für } r \neq s, \quad P[A_r \cap A_s \cap A_t] = x \quad \text{für } r < s < t.$$

Angenommen es tritt mindestens ein Ereignis sicher ein, aber nie mehr als drei Ereignisse gleichzeitig. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Ereignisse eintreten, sei $1/2$. Zeigen Sie, dass dann $p \geq 3/(2n)$, und $p \leq 4/n$ gelten muss.

Aufgabe 4

Es wird wiederholt eine faire Münze geworfen. Zeigen Sie, dass mit Wahrscheinlichkeit eins irgendwann “Zahl” fällt. Zeigen Sie weiter, dass eine beliebige endliche Folge von “Kopf” und “Zahl” mit Wahrscheinlichkeit eins irgendwann in der Münzwurffolge auftritt. Erklären Sie die Verbindung zu Murphy’s Law.

Literatur zur Wahrscheinlichkeitstheorie

Einführende Literatur :

Williams: *Weighing the odds.*

Krengel: *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik.*

Föllmer/Künsch: *Vorlesungsskript ETH Zürich* (<http://stat.ethz.ch/~kuensch/teaching>).

Grimmett/Stirzaker: *Probability and Random Processes.*

Lehrbücher zur Wahrscheinlichkeitstheorie :

Georgii: *Stochastik.*

Shiryayev: *Probability.*

Bauer: *Wahrscheinlichkeitstheorie.*

Jacod/Protter: *Probability essentials.*

Varadhan: *Probability theory.*

Lehrbücher zu Wahrscheinlichkeitstheorie und Stochastischen Prozessen :

Breiman: *Probability.*

Durrett: *Probability: Theory and Examples.*

Klenke: *Wahrscheinlichkeitstheorie.*

Koralov/Sinai: *Theory of Probability and Random Processes.*

Borovkov: *Probability Theory..*

Williams: *Probability with martingales.*